২৪

সহগতি

Correlation

প্রস্তাবনা

শিক্ষাগত মূল্যায়নের জন্য শিক্ষার্থী সম্পর্কিত প্রাপ্ত তথ্যাবলিকে কীভাবে সুবিন্যস্ত করতে হয় এবং কীভাবে বিভিন্ন ধরনের রাশিবিজ্ঞানসম্মত কৌশল প্রয়োগ করে, সেগুলির তাৎপর্য নির্ণয় করতে হয়, সে বিষয়ে পূর্ববর্তী কয়েকটি অধ্যায়ে পর পর আলোচনা করা হয়েছে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (Measures of Central Tendency) বিষমতার পরিমাপ (Measures of Variability) ইত্যাদির দ্বারা বিশেষ কোনো পরিমাপের ক্ষেত্রে ব্যক্তিগত (Individual) বা দলগত (Group) তথ্যাবলির পৃথক পৃথক তাৎপর্য নির্ণয় করা সম্ভব হয়। যেমন একগুচ্ছ স্কোরের মধ্যে বিশেষ একটি স্কোরের তাৎপর্য কী তা সঠিক ভাবে উপলব্ধি করা যায়, ঐ স্কোরগুচ্ছের কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ ও বিষমতার পরিমাপ বিচার করে। আবার, যে সব তাৎপর্য নির্ণায়ক লেখচিত্র (Interpretational graph) সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে সেগুলির কাজও নির্দিষ্ট এক শ্রেণির পরিমাপের মধ্যে সীমাবদ্ধ। কিন্তু, শিক্ষাগত মূল্যায়ন ও পরিমাপের ক্ষেত্রে, বিভিন্নসূত্রে প্রাপ্ত শিক্ষার্থী সম্পর্কিত তথ্যাবলিকে অপর একটি দিক থেকেও বিচার করার প্রয়োজন হয়। সাধারণভাবে ব্যক্তিকে পর্যবেক্ষণ করলে দেখা যায়, তার এমন অনেক বৈশিষ্ট্য আছে, যেগুলি পরস্পর সম্পর্কযুক্ত। ঠিক এই ভাবে শিক্ষাক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের কোনো একটি বিষয়ের (Subject) পারদর্শিতা, অন্যান্য পাঠ্য বিষয়ের পারদর্শিতার সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত হতে পারে। বাস্তবে এরকম ঘটনা অনেক সময়ই দেখা যায়। যেমন, যে সমস্ত শিক্ষার্থীদের গণিতের পারদর্শিতা ভালো, তারা ভৌতবিজ্ঞানে সাধারণতঃ ভালো পারদর্শিতা প্রদর্শন করে। আবার, এও দেখা যায়, যে সব শিক্ষার্থীরা সাহিত্য বা ইতিহাস ইত্যাদির মতো পাঠ্য বিষয়ে ভালো পারদর্শিতা অর্জন করে, তারা গণিত বা বিজ্ঞানে, সে অনুপাতে ভালো পারদর্শিতা প্রদর্শন করতে পারে না। অর্থাৎ, শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন বিদ্যালয়-পাঠ্য বিষয়ের পারদর্শিতার পরিমাপগুলির মধ্যে কোনো কোনো ধরনের সম্পর্ক (Relation) থাকে। আর এই সম্পর্কের প্রকৃতি সম্পর্কে যদি সঠিক ধারণা থাকে, তবে শিক্ষাদানের কাজ পরিচালনা করা অনেক সহজ হয়। এই সম্পর্কের উপর ভিত্তি করে, সঠিক শিক্ষা-পরিকল্পনা (Educational planning) রচনা করা যায়। আবার কোনো কোনো ক্ষেত্রে একটি ক্ষেত্রের পরিমাপ সম্বন্ধে অবগত হয়ে অপর ক্ষেত্রের সম্ভাব্য পরিমাপ কী হতে পারে সে সম্পর্কেও ধারণা করা যায়। তাই শিক্ষাগত পরিমাপের ক্ষেত্রে বিভিন্ন সূত্রে প্রাপ্ত তথ্যাবলি বা স্কোরগুলির মধ্যেকার সঠিক সম্পর্ক নির্ণয় করার কাজ বিশেষ তাৎপর্যপূর্ণ। আলোচ্য অধ্যায়ে, দুটি পরিমাপের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য যে রাশিবৈজ্ঞানিক পদ্ধতি (Statistical Method) ব্যবহার করা হয়, সে বিষয়ে আলোচনা করা হবে।

॥ সহগতির ধারণা ॥

CONCEPT OF CORRELATION

সহগতি কী ?

চিন্তাবিদগণ মনে করে, এই বিশ্ব-প্রকৃতির মধ্যে যা কিছু ঘটনা ঘটে, তারা পরস্পরের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত। কোনো কোনো ক্ষেত্রে এই সম্পর্ক ব্যক্ত, আবার, কোনো কোনো ক্ষেত্রে এই সম্পর্ক অব্যক্ত; বিশ্লেষণ ও যুক্তির মাধ্যমে তাকে খুঁজে বের করতে হয়। ঠিক একই ভাবে, যে-কোনো একটি মানবীয় বৈশিষ্ট্য অপরাপর বৈশিষ্ট্যের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত। গাণিতিক পরিভাষায় এই বৈশিষ্ট্য বা ঘটনাগুলিকে সাধারণ নামে বলা হয় চল (Variable)। তাই গাণিতিক অর্থে, যে-কোনো দুটি চলের (Variable) মধ্যে যে সম্পর্ক বর্তমান তাকেই বলা হয় সহগতি (Correlation)। যেমন— বিশ্বাস করা হয়, শিক্ষার্থীর বুদ্ধির মানের (Intelligence) সঙ্গে তার সামগ্রিক শিক্ষাগত পারদর্শিতার সম্পর্ক আছে। একে বলা হয়—বুদ্ধি ও শিক্ষাগত সহগতি

(Correlation between intelligence & educational achievement)। তেমনি, ইংরেজির পারদর্শিতার সঙ্গে গণিতের পারদর্শিতা সম্পর্কযুক্ত। তাদের এই সম্পর্ককে বলা হয় — ইংরেজি ও গণিতের পারদর্শিতার সহগতি (Correlation of performances in English and Mathematics.)।

সহগতির সহগাঙ্ক

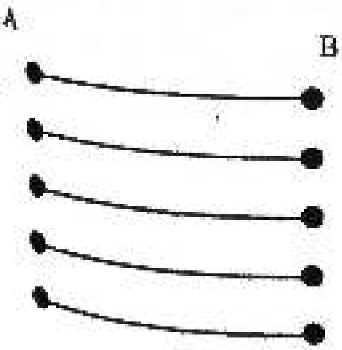
সাধারণক্ষেত্রে দুটি ঘটনা (Events), দুটি বৈশিষ্ট্য (Characteristics) বা দুটি চলের (Variables) মধ্যে সহগতির অস্তিত্ব অনুমান করা গেলেও, সেই সহগতির (Correlation) পরিমাণগত (Quantitative) এবং গুণগত বা প্রকৃতিগত (Qualitative) পার্থক্যকেও স্বীকার করা হয়। অর্থাৎ, সবক্ষেত্রে যে-কোনো দুটি চলের মধ্যেকার সম্পর্ক সমান হয় না এবং তাদের প্রকৃতিও সমান হয় না। কোনো দুটি চলের ক্ষেত্রে সহগতি বেশি থাকে আবার, কোনো দুটির ক্ষেত্রে কম থাকে। কোনো দুটি চলের মধ্যেকার সম্পর্ক একে অপরের সহায়ক হয়; আবার, কোনো দুটি চলের মধ্যেকার সম্পর্কের জন্য একে অপরকে বিরোধিতা করে। যে গাণিতিক সূচক দ্বারা দুটি চলের মধ্যেকার সহগতির পরিমাণ ও গুণগত বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করা হয়, তাকে বলা হয় **সহগতির সহগাঙ্ক** (Co-efficient of Correlation)। এই সহগাঙ্ককে সাধারণতঃ ইংরেজি 'r' অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়। যে দুটি চলের (Variable) মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করা হয়, সে দুটিকে একত্রে বোঝানোর জন্য 'r' সংকেতের সঙ্গে চল দুটিরও সংকেত লেখা হয়। যেমন — X ও Y এই দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক বোঝানোর জন্য লেখা হয় — r_{xy} ; অনুরূপভাবে, A ও B দুটি চলের মধ্যেকার সহগাঙ্ককে লেখা হয়— r_{ab} ইত্যাদি। বিখ্যাত চিন্তাবিদ্ স্যার ফ্রান্সিস্ গ্যাল্টন (Sir Francis Galton) এই সহগতির সহগাঙ্ক সম্পর্কে বিজ্ঞানসম্মত ধারণার প্রবর্তন করেন। ডারউইনের (Darwin) অভিব্যক্তিবাদের ধারণায় অনুপ্রাণিত হয়ে গ্যাল্টন, ব্যক্তিগত বৈষম্যের (Individual difference) প্রকৃতি ও তার পরিমাপ নির্ণয় করার চেষ্টা করেন। তিনি বেশ কিছু ব্যক্তির উচ্চতা (Height) এবং তাঁদের সন্তানদের উচ্চতা লেখচিত্রের (Graph) দুটি অক্ষে স্থাপন করে, তাদের এই উচ্চতার মধ্যে একটি সাধারণ সম্পর্ক লক্ষ্য করেন। তিনি দেখেন, পিতা ও সন্তানদের উচ্চতার সম্পর্ককে সবচেয়ে ভালোভাবে একটি সরলরৈখিক চিত্র (Straight line) দ্বারা প্রকাশ করা যায়। অর্থাৎ, গাণিতিক ভাবে একটি সরল রেখার সমীকরণের ($Y = mx + c$) মাধ্যমে বিভিন্ন ব্যক্তি ও তাদের সন্তানদের দৈহিক উচ্চতার ক্রমোন্নতি ও ক্রম-অবনতিকে প্রকাশ করা যায়। তিনি আরো লক্ষ্য করলেন এই সহগতির পরিমাণ সাধারণ ভাবে ঐ রেখাটির নতির (Gradient) দ্বারা সহজে বোঝা যায়। পরবর্তীকালে, গ্যাল্টনের পদ্ধতি অনুসরণ করে, তাঁরই সহকর্মী কার্ল পিয়ারসন (Karl Pearson) সহগতির সহগাঙ্ক-এর (Co-efficient of Correlation) ধারণাকে আরো বিস্তৃত করেন এবং এই সহগাঙ্ক (Co-efficient) নির্ণয়ের যে পদ্ধতি প্রবর্তন করেন, তাই বর্তমানে প্রচলিত আছে।

সহগতির সহগাঙ্কের মান

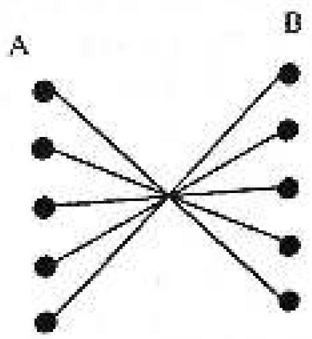
পিয়ারসনের ধারণা অনুযায়ী দুটি চলের মধ্যে যখন সহগতির সহগাঙ্ক (Co-efficient of correlation) নির্ণয় করা হয়, তখন সব সময় ধরে নেওয়া হয় যে ঐ দু'টি চলের (Variable) মধ্যে সরলরৈখিক সম্পর্কই (Linear relation) বর্তমান। এই সহগাঙ্ককে বলা হয় প্রোডাক্ট মোমেন্ট সহগাঙ্ক (Product moment co-efficient)। প্রকৃতপক্ষে এই মানটি দু'টি চলের সম্পর্কের পরিচায়ক উত্তম পরিবেশন রেখা (Line of best fit) একটি ধ্রুবক (Constant)। এর মান +1 থেকে –1 পর্যন্ত হতে পারে। যখন, দুটি চলের মধ্যে পরিপূর্ণ ধনাত্মক সহগতি থাকে, অর্থাৎ, একটির যে-কোনো পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে অপরটির সমপরিমাণ ও সমপ্রকৃতির পরিবর্তন হয়, তখন তাদের মধ্যে সহগাঙ্ক হয় +1. যেমন ধরা যাক কোনো বিশেষ পরিস্থিতিতে লক্ষ্য করা গেল, কোনো বিশেষ শ্রেণিতে পাঠরত শিক্ষার্থীর মানসিক পরিণমন (Mental maturity) যে হারে ঘটেছে, সেই হারে তাদের পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরও বেড়েছে। এক্ষেত্রে মানসিক পরিণমন ও পরীক্ষার ফলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক +1। একটি ভৌতিক ঘটনার কথা উল্লেখ করলে, বিষয়টি আরো স্পষ্ট হবে। থার্মোমিটারের সাহায্যে যখন তাপমাত্রা (Temperature) পরিমাপ করা হয়, তখন তাপমাত্রা (Temperature) এবং থার্মোমিটারের পারদস্তম্ভের উচ্চতার (Height of mercury columm) মধ্যে সম্পর্কস্থাপন করা হয়। এক্ষেত্রে পারদস্তম্ভের উচ্চতা বৃদ্ধি,

আনুপাতিক হারে তাপমাত্রা বৃদ্ধির পরিচায়ক। অর্থাৎ, দুটি ঘটনার মধ্যে পূর্ণ ধনাত্মক সম্পর্ক বর্তমান বা, তাদের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক +1। আবার দুটি চলের মধ্যেকার সম্পর্ক সম্পূর্ণ বিপরীতধর্মী হতে পারে। অর্থাৎ, দুটি চলের (Variable) মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক (Co-efficient of correlation) –1 হতে পারে। কোনো বিশেষ পরিস্থিতিতে দেখা গেল — যে সকল শিক্ষার্থীরা ইংরেজিতে ভালো নম্বর পেয়েছে, তারা আনুপাতিক হারে অঙ্কে তত খারাপ নম্বর পেয়েছে। বা, যারা অঙ্কে যেমন ভালো নম্বর পাচ্ছে, তারা তেমনি অনুপাতিক হারে ইংরেজিতে কম নম্বর পাচ্ছে। এক্ষেত্রে অঙ্ক ও ইংরেজির পারদর্শিতার মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক –1। অর্থাৎ, একটি চলের হ্রাস সমপরিমাণে অপর চলের বৃদ্ধি ঘটায়। একটি পাত্র থেকে যখন অপর একটি পাত্রে জল ঢালা হয়, তখন একটি পাত্রে যে পরিমাণ জল হ্রাস পায়, অপর পাত্রে সেই পরিমাণ জল বাড়তে থাকে। এক্ষেত্রে দুটি পাত্রে জলের আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক সম্পূর্ণ ঋণাত্মক। আবার, কোনো কোনো সময় এমন পরিস্থিতিরও উদ্ভব হয়, যখন দুটি চল (Variable) সম্পূর্ণ স্বাধীনভাবে (Independently) কাজ করতে থাকে। অর্থাৎ, একটির কোনো পরিবর্তনই অপরটিকে কোনো ভাবেই প্রভাবিত করে না। এক্ষেত্রেও সাধারণ ধারণা অনুযায়ী সহগতির অনুমান থাকলে, সহগাঙ্কের (Co-efficient) মান হয় 0 (শূন্য)। সুতরাং, বলা যায়, যে-কোনো দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব। এই সহগাঙ্কের মান দুটি চরমসীমা (Extream limit) +1 থেকে –1 এর মধ্যে যে-কোনো পর্যায়ে অবস্থান করতে পারে। নীচে কয়েকটি চিত্রের মাধ্যমে সহগতির প্রকৃতির ব্যাখ্যা করা হল—

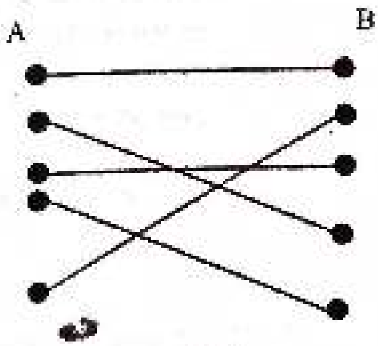
মনে করি, A-স্তম্ভে ও B-স্তম্ভে একদল শিক্ষার্থীর দুটি পাঠ্যবিষয়ের পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া আছে। প্রথম চিত্রে দেখা যাচ্ছে, যারা A বিষয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে, তারা সকলেই B বিষয়েও বেশি নম্বর পেয়েছে। এক্ষেত্রে তাদের পারদর্শিতার মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক (r) ধনাত্মক এবং +1। দ্বিতীয় চিত্রে লক্ষ করা যাচ্ছে যারা A-বিষয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে, তারা B বিষয়ে কম নম্বর পেয়েছে। এক্ষেত্রে সহগতির সহগাঙ্ক (r) হবে ঋণাত্মক এবং –1। তৃতীয় চিত্রে লক্ষ করা যাচ্ছে A ও B স্তম্ভে প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যে কোনো নির্দিষ্ট সম্পর্ক নেই। তবে একেবারে নেই বললে ভুল হবে। এক্ষেত্রে, সহগতির সহগাঙ্কের পরিমাণ +1 এর থেকে কম কিন্তু –1 এর থেকে বেশি। সাধারণতঃ সহগতির, সহগাঙ্ককে (Co-efficient of correlation) একটি অনুপাত হিসেবে ধরা হয়। বিশেষভাবে যখন দুটি চলের (Variable) মধ্যে রৈখিক সম্পর্ক থাকে। অর্থাৎ, একটি চলের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে অপর চলের যে পরিবর্তন ঘটছে, তারই অনুপাতকেই আপাতঃভাবে সহগাঙ্ক (Co-efficient) হিসেবে ধরা হয়। স্বাভাবিক পরিস্থিতিতে দুটি চলের মধ্যে পরিপূর্ণ ধনাত্মক (+1) বা পরিপূর্ণ ঋণাত্মক (–1) সহগতি নাও থাকতে পারে। তাদের সহগতি ·75; ·15 বা –·88, –·12, ইত্যাদি যে-কোনো মানসম্পন্ন হতে পারে। সহগাঙ্কের এই চিহ্ন (Sign) থেকে, দুটি চলের মধ্যেকার সম্পর্কের প্রকৃতি (ধনাত্মক বা ঋণাত্মক) সম্বন্ধে জানা যায় এবং তার সাংখ্যমান (Numerical value) দেখে সম্পর্কে মাত্রা বা পরিমাণ সম্বন্ধে ধারণা করা যায়।



১নং চিত্র



২নং চিত্র



৩ নং চিত্র

॥ সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় ॥
DETERMINING CO-EFFICIENT OF CORRELATION

সহগাঙ্ক নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি

রাশিবিজ্ঞানে, সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি আছে। এই পদ্ধতিগুলি যে দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করা হচ্ছে, তাদের প্রকৃতি অনুযায়ী নির্বাচন করতে হয়। যখন দুটি চলের মধ্যে রৈখিক সম্পর্ক বর্তমান থাকে, তখন কীভাবে তাদের সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করতে হয়, সে বিষয়েই এখানে আলোচনা করা হবে। রৈখিক সম্পর্কে আবদ্ধ (Linear relation) দুটি চলের মধ্যেকার সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করার জন্য পিয়ারসনের (Pearson) পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়ে থাকে। এই পদ্ধতির নাম হল— **প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতি** (Product-Moment Method)। আর এই পদ্ধতিতে যে সহগাঙ্ক (r) পাওয়া যায় তাকেই বলা হয় **প্রোডাক্ট- মোমেন্ট সহগাঙ্ক** (Product-Moment Co-efficient)। এই সহগাঙ্কে ক্ষেত্রেই সাধারণতঃ সহগাঙ্কটিকে 'r' চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়। সুতরাং, দুটি চলের মধ্যে যখন 'r'-এর মান নির্ণয় করতে বলা হয়, সেক্ষেত্রে ধরে নিতে হবে যে, তাদের মধ্যেকার সহগতির সহগাঙ্কতে প্রোডাক্ট- মোমেন্ট পদ্ধতির মাধ্যমে নির্ণয় করতে হবে। এ ছাড়া, অনুরূপ পরিস্থিতিতে দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করার জন্য আরও একটি পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়ে থাকে। ঐ পদ্ধতিকে বলা হয় র‍্যাঙ্ক-পার্থক্যের পদ্ধতি (Rank Difference Method)। এই পদ্ধতির প্রবর্তন করেছিলেন বিখ্যাত মনোবিদ্ স্পিয়ারম্যান (Spearman)। এই পদ্ধতিতে যে সহগাঙ্ক পাওয়া যায় তাকে 'r' চিহ্নের পরিবর্তে ρ (pho) চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এখানে এই দুটি পদ্ধতি সম্পর্কে পর্যায়ক্রমে আলোচনা করা হবে।

॥ প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতিতে সহগাঙ্ক নির্ণয় ॥
CO-EFFICIENT OF CORRELATION BY PRODUCT MOMENT METHOD

প্রোডাক্ট মোমেন্ট কী?

পিয়ারসন (Pearson) প্রবর্তিত পদ্ধতিকে প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতি (Product-moment method) বলা হয়। এই পদ্ধতিতে সহগতির সহগাঙ্ক (r) নির্ণয় করার নীতি একটি মূল ধারণার উপর ভিত্তি করে গড়ে উঠেছে। আমরা জানি, একটি বণ্টনে, গড় থেকে স্কোরগুলির দূরত্বকে বলা হয় চ্যুতি (Deviation)। বণ্টনের গড় (Mean) থেকে সব স্কোরগুলির চ্যুতিকে যে-কোনো ঘাতে উন্নীত করে, তাদের সমষ্টিকে মোট পরিসংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায়, তাকে বলা হয় **মোমেন্ট** (a moment is the sum of deviations from the mean raised to any power divided by N.) এই অর্থে ভ্যারিয়েন্স (Variance) অর্থাৎ $\frac{\Sigma x^2}{N}$ ও একটি মোমেন্ট। এখন দুটি চলের (Variable) বণ্টন থেকে প্রাপ্ত সব সমান্তরাল চ্যুতিগুলিকে গুণ করে, তাদের সমষ্টিকে মোট রাশি সংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করলে যে ফল পাওয়া যায়, তাকে বলে **প্রোডাক্ট মোমেন্ট** (Product-moment)। অর্থাৎ, X ও Y যদি দুটি চল-শ্রেণির হয় এবং X_m ও Y_m যদি ঐ দুই শ্রেণির গড় হয় এবং চল শ্রেণিগুলিতে যদি N সংখ্যক স্কোর থাকে তবে,

$$\text{প্রোডাক্ট-মোমেন্ট (Product-moment)} = \frac{\Sigma xy}{N}$$

যেখানে, $x = X - X_m$

এবং $y = Y - Y_m$

এই ভাবে প্রোডাক্ট-মোমেন্ট নির্ণয় করার কিছু গাণিতিক অসুবিধা আছে। কারণ, দুটি চলের পরিমাপক একক ভিন্ন হতে পারে এবং বেশিরভাগ ক্ষেত্রে তাই হয়ে থাকে। বিশেষভাবে শিক্ষাগত পরিমাপের ক্ষেত্রে

যখন দুটি বিষয়ে, শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতা পরিমাপ করা হয়, তখন প্রত্যেক বিষয়ের পরিমাপক স্কেল ও তার একক থাকে ভিন্ন। এ জন্য তাদের গুণফল (Product) সরাসরি নির্ণয় করা অগাণিতিক। তাই প্রোডাক্ট-মোমেন্ট নির্ণয় করার জন্য দুটি চলের চ্যুতিগুলিকে তাদের নিজস্ব বণ্টনের সমকচ্যুতির (Standard deviation) দিয়ে ভাগ করে, একই একক -এ নিয়ে যাওয়া হয়। অর্থাৎ, এই ধারণা অনুযায়ী, দুটি চলের সমকচ্যুতির (S.D) এককে পরিবর্তিত চ্যুতিগুলির গুণফলের সমষ্টিকে রাশি সংখ্যা (N) দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায়, তাই হল চল দুটির প্রোডাক্ট-মোমেন্ট। পিয়ারসন (Pearson) এই প্রোডাক্ট মোমেন্টকেই দুটি চল-শ্রেণির মধ্যেকার সহগতির সূচক বা সহগাঙ্ক (Correlation Co-efficient) হিসেবে ব্যবহার করেছেন। তাঁর মতে, দুটি চলের মধ্যেকার সম্পর্ককে যে উত্তম পরিবেশন রেখার (Line of best fit) দ্বারা প্রকাশ করা যায়, এই প্রোডাক্ট মোমেন্ট এর মান হল সেই সরলরেখার ধ্রুবক (Constant)। সুতরাং প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতিতে সহগতির সহগাঙ্ক (r) নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্রটি সাধারণভাবে ব্যবহার করা হয়।

সূত্র ঃ $$r_{xy} = \frac{\Sigma\left(\frac{x}{\sigma_x}\cdot\frac{y}{\sigma_y}\right)}{N} = \frac{\Sigma xy}{N.\sigma_x.\sigma_y}$$

যেখানে r_{xy} = X ও Y দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক

x= X চলের গড় থেকে স্কোরের চ্যুতি

y = Y চলের গড় থেকে স্কোরের চ্যুতি

Σxy = দুটি চলের মধ্যেকার চ্যুতির গুণফলের সমষ্টি

N = স্কোর সংখ্যা

σ_x=X-চল শ্রেণির সমকচ্যুতি (S.D)

এবং σ_y=Y-চল শ্রেণির সমকচ্যুতি (S.D)

এক ॥ অবিন্যস্ত স্কোর বণ্টনে সহগাঙ্ক নির্ণয় ॥

CO-EFFICIENT OF CORRELATION FROM UNGROUPED DATA

সহগাঙ্ক নির্ণয়ের দীর্ঘ পদ্ধতি

দুটি অবিন্যস্ত স্কোর বণ্টনের (Ungrouped distribution) মধ্যেকার সহগতির সহগাঙ্ক (r) বিভিন্নভাবে নির্ণয় করা যায়। প্রোডাক্ট-মোমেন্ট সহগতি নির্ণয় করার যে মূল সূত্রটির উল্লেখ ইতিপূর্বে করা হয়েছে, সেটি ব্যবহার করে, কীভাবে সহগাঙ্ক (Co-efficient) নির্ণয় করা যায়, সে সম্পর্কে প্রথমতঃ আলোচনা করা যাক। **নীচে উদাহরণের সহায়তায় ঐ সূত্রের প্রয়োগ পদ্ধতি ব্যাখ্যা করা হল—**

উদাহরণ ঃ নীচের তালিকায়, বিদ্যালয়ের দশজন শিক্ষার্থীর গণিত ও ভৌতবিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হয়েছে। তাদের গণিত ও ভৌতবিজ্ঞানের পারদর্শিতার মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় কর।

ছাত্রের ক্রমিক নং	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
গণিতে প্রাপ্ত নম্বর	49	73	54	50	37	43	84	74	55	61
ভৌতবিজ্ঞানের প্রাপ্ত নম্বর	77	81	87	52	51	77	93	91	89	72

● **সমাধান :**

ছাত্রের ক্রমিক সংখ্যা	গণিতের প্রাপ্ত নম্বর 'X'	ভৌতবিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বর 'Y'	গণিতের নম্বরের চ্যুতি (x)	ভৌতবিজ্ঞানের নম্বরের চ্যুতি (y)	x^2	y^2	xy
I	49	77	–9	0	81	0	0
II	73	81	+15	+4	225	16	60
III	54	87	–4	+10	16	100	–40
IV	50	52	–8	–25	64	625	200
V	37	51	–21	–26	441	676	546
VI	43	77	–15	0	225	0	0
VII	84	93	+26	+16	676	256	416
VIII	74	91	+16	+14	256	196	224
IX	55	89	–3	+12	9	144	–36
X	61	72	+3	–5	9	25	–15

$\Sigma x^2 = 2002;\ \Sigma y^2 = 2038,\quad \Sigma xy = 1355$

এখানে, $\Sigma X = 580$; $N=10$

$\therefore M_x$ (X – শ্রেণির গড়) $= \frac{580}{10} = 58$

$\Sigma Y = 770$; $N = 10$

$\therefore My$ (Y – শ্রেণির গড়) $= \frac{770}{10} = 77$

আমরা জানি, $\sigma_x(S.D) = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}}$; এখানে, $\Sigma x^2 = 2002$ এবং $N=10$

$$\therefore \sigma_x = \sqrt{\frac{2002}{10}}$$

$$= \sqrt{200 \cdot 2} = 14 \cdot 11$$

$\sigma_y(S.D) = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{N}}$ এখানে, $\Sigma y^2 = 2038$

$$= \sqrt{\frac{2038}{10}}$$

$$= \sqrt{203 \cdot 8} = 14 \cdot 27$$

$r_{xy} = \frac{\Sigma xy}{N.\sigma_x \sigma_y}$ এখানে, $\Sigma xy = 1355$

$\sigma_x = 14 \cdot 11$

$\sigma_y = 14 \cdot 27$

$N = 10$

$$\therefore r_{xy} = \frac{1355}{10 \times 14 \cdot 11 \times 14 \cdot 27}$$

$$= \frac{1355}{2013 \cdot 5}$$

$$= 0 \cdot 67$$

অর্থাৎ, প্রত্যক্ষভাবে স্কোরমান থেকে দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করার জন্য সূত্র হল—

সূত্র ঃ $$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2} \times \sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

যেখানে,

N = স্কোর সংখ্যা

ΣXY = দুটি রাশিমালার পাশাপাশি স্কোর দুটির গুণফলের সমষ্টি।

ΣX^2 = X-শ্রেণির স্কোরগুলির বর্গের সমষ্টি।

ΣY^2 = Y-শ্রেণির স্কোরগুলির বর্গের সমষ্টি।

ΣX = X-শ্রেণির স্কোরগুলির সমষ্টি।

ΣY = Y-শ্রেণির স্কোরগুলির সমষ্টি।

এই সূত্রটি প্রয়োগ করে কীভাবে দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করা হয়, তা নীচে একটি উদাহরণের মাধ্যমে বিশ্লেষণ করা হল

॥ উদাহরণ ॥ নীচে একটি বিদ্যালয়ের দশজন শিক্ষার্থীর দুটি পাঠ্য বিষয়, X ও Y এর স্কোর তালিকাবদ্ধভাবে দেওয়া হ'য়েছে। ঐ দুটি পাঠ্য বিষয়ে শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতার মধ্যে সহগতির সম্পর্ক, প্রত্যক্ষভাবে প্রদত্ত স্কোরমানের ভিত্তিতে নির্ণয় কর।

শিক্ষার্থী	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
X-বিষয়ে স্কোর	49	73	54	50	37	43	84	74	55	61
Y-বিষয়ে স্কোর	77	81	87	52	51	77	93	91	89	72

● **সমাধান ঃ**

শিক্ষার্থী	স্কোর X	স্কোর Y	X^2	Y^2	XY
A	49	77	2401	5929	3773
B	73	81	5329	6561	5913
C	54	87	2916	7569	4698
D	50	52	2500	2704	2600
E	37	51	1369	2601	1887
F	43	77	1849	5929	3311
G	84	93	7056	8649	7812
H	74	91	5476	8281	6734
I	55	89	3025	7921	4895
J	61	72	3721	5184	4392

$\Sigma X=580$; $\Sigma Y=770$; $\Sigma X^2=35642$; $\Sigma Y^2=61328$; $\Sigma XY=46015$

আমরা জানি $$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2} \times \sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

এখানে, $\Sigma X = 580$; $\Sigma Y = 770$

$\Sigma X^2 = 35642$; $\Sigma Y^2 = 61328$

$\Sigma XY = 46015$ এবং $N = 10$

$$\therefore r_{xy} = \frac{10 \times 46015 - 580 \times 770}{\sqrt{10 \times 35642 - (580)^2} \times \sqrt{10 \times 61328 - (770)^2}}$$

$$= \frac{460150 - 446600}{\sqrt{356420 - 336400} \times \sqrt{613280 - 592900}}$$

$$= \frac{13550}{\sqrt{20020} \times \sqrt{20380}}$$

$$= \frac{13550}{141 \cdot 49 \times 142 \cdot 75}$$

$$= \frac{13550}{20197 \cdot 69}$$

$$= 0 \cdot 67$$

❑ পদ্ধতি ঃ এই পদ্ধতিতে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করতে হলে নিম্নরূপ প্রক্রিয়াগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হবে।

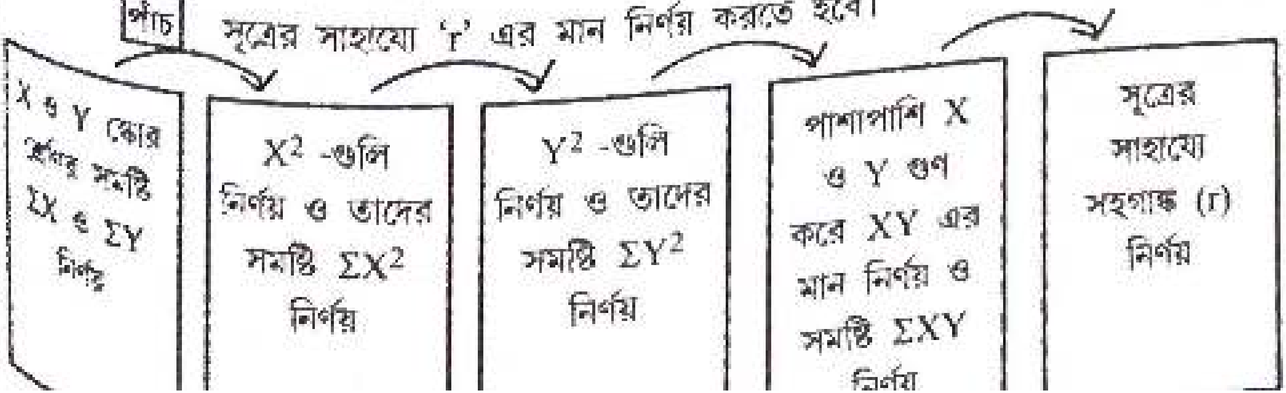
এক তালিকায় X ও Y স্কোরগুলির পৃথক পৃথকভাবে সমষ্টি (ΣX ও ΣY) নির্ণয় করতে হবে।

দুই X-স্কোরগুলির বর্গ নির্ণয় করতে হবে এবং তাদের সমষ্টি (ΣX^2) নির্ণয় করতে হবে।

তিন Y-স্কোরগুলির বর্গ নির্ণয় করতে হবে এবং তাদের সমষ্টি (ΣY^2) নির্ণয় করতে হবে।

চার পাশাপাশি X ও Y স্কোরগুলি গুণ করে (XY) নির্ণয় করতে হবে এবং তাদের সমষ্টি (ΣXY) নির্ণয় করতে হবে।

পাঁচ সূত্রের সাহায্যে 'r' এর মান নির্ণয় করতে হবে।



সূত্র ঃ $\rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$

যেখানে,

ρ = সহগতির সহগাঙ্ক

D = দুটি চলের এক জোড়া র‍্যাঙ্কের মধ্যে পার্থক্য

$\sum D^2$ = সবগুলি র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের বর্গের সমষ্টি

N = মোট পরিসংখ্যা

বিশেষ ভাবে উল্লেখ করা প্রয়োজন যে এই পদ্ধতির সর্বজনীন প্রয়োগও সম্ভব। অর্থাৎ, এই পদ্ধতি যে কেবলমাত্র গুণগত র‍্যাঙ্ক হিসেবে প্রাপ্ত স্কোরের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য, সাধারণ পরিমাণগত (Quantitative) স্কোরের ক্ষেত্রেও একে প্রয়োগ করা যায়। পিয়ারসনের প্রোডাক্ট-মোমেন্ট সহগাঙ্ক (r) যেখানে বের করা যায়, সেখানে স্পিয়ারম্যানের ρ(rho) ও বের করা সম্ভব। সেক্ষেত্রে প্রথমতঃ পরিমাণগত স্কোরগুলিকে গুণগত র‍্যাঙ্ক-অনুযায়ী সাজিয়ে নিতে হয়। বাস্তব ক্ষেত্রে, তুলনামূলকভাবে বিচার করে দেখা গেছে, দুটি চলের মধ্যে স্কোর সংখ্যা (N) 30 এর মধ্যে থাকলে, এই দুই পদ্ধতিতে নির্ণীত সহগাঙ্কের মধ্যে পরিমাণগত সাদৃশ্য থাকে। তাই চলের মধ্যে যখন স্কোর সংখ্যা কম (30 এর মধ্যে) থাকে, তখন পিয়ারসনের পদ্ধতিতে সহগাঙ্ক (r) নির্ণয় না করে, র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতিতে ρ নির্ণয় করা অপেক্ষাকৃত সহজ ও সুবিধাজনক। এই পদ্ধতি প্রয়োগ করে কীভাবে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করা হয়, তা নীচে উদাহরণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা হল

॥ উদাহরণ ॥ একটি বিদ্যালয়ে ভর্তির জন্য 10 জন আবেদনকারী শিক্ষার্থীর পরীক্ষা নেওয়া হয়। দু'জন শিক্ষক এই পরীক্ষা পরিচালনা করেন। তাঁরা দুজন ঐ 10 জন পরীক্ষার্থীকে (A থেকে J পর্যন্ত) নিজেদের বিচার-বিবেচনা অনুযায়ী পৃথক পৃথক ভাবে প্রথম থেকে দশম স্থান (1st to 10th place) পর্যন্ত সাজিয়ে দেন। তাঁদের এই বিচার-প্রসূত গুণগত ক্রমের মধ্যেকার সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় কর।

পরীক্ষার্থী	প্রথম পরীক্ষক প্রদত্ত ক্রম	দ্বিতীয় পরীক্ষক প্রদত্ত ক্রম
A	2nd.	1st.
B	5th.	3rd.
C	3rd.	5th.
D	7th.	8th.
E	9th.	7th
F	1st.	2nd.
G	4th.	6th.
H	8th.	4th.
I	6th.	9th.
J	10th.	10 th.

● সমাধান ঃ

পরীক্ষার্থী	প্রথম পরীক্ষকের প্রদত্ত ক্রম R_1	দ্বিতীয় পরীক্ষকের প্রদত্ত ক্রম R_2	$*D=R_1 \sim R_2$	D^2
A	2	1	1	1
B	5	3	2	4
C	3	5	2	4
D	7	8	1	1
E	9	7	2	4
F	1	2	1	1
G	4	6	2	4
H	8	4	4	16
I	6	9	3	9
J	10	10	0	0
				$\Sigma D^2=44$

* যেটি বড়ো সেটি থেকে বিয়োগ দেওয়া হয়েছে

আমরা জানি $\rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$

এখানে, $\Sigma D^2 = 44$

এবং $N = 10$

$$\therefore \rho = 1 - \frac{6\times 44}{10(10^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6\times 44}{10\times 99}$$

$$= 1 - \frac{264}{990}$$

$$= 1 - \cdot 27$$

$$= \cdot 73$$

পদ্ধতি ঃ প্রদত্ত র‍্যাঙ্কের ভিত্তিতে এই পদ্ধতিতে দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক (P) নির্ণয় করতে হলে, নিম্নলিখিত পর্যায়গুলি অনুসরণ করতে হবে—

এক প্রদত্ত পাশাপাশি র‍্যাঙ্কগুলির মধ্যে পার্থক্য $(D=R_1 \sim R_2)$ নির্ণয় করে, D স্তম্ভে লিখতে হবে।

দুই প্রত্যেকটি র‍্যাঙ্ক পার্থক্য কে বর্গ করে (D^2) পরবর্তী স্তম্ভে লিখতে হবে এবং শেষে সব D^2 গুলির সমষ্টি (ΣD^2) নির্ণয় করতে হবে।

তিন সবশেষে সূত্রের সাহায্যে সহগাঙ্ক (ρ) নির্ণয় করতে হবে।

॥ র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতিতে নির্ণীত সহগাঙ্ক ও প্রোডাক্ট-মোমেন্ট সহগাঙ্ক ॥
RANK-DIFFERENCE CO-EFFICIENT & PRODUCT-MOMENT CO-EFFICIENT

দুই পদ্ধতির মধ্যে পার্থক্য

র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতি (Rank difference Method) এবং প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতি দুটিই রৈখিক সম্পর্কের (Linear relation) সহগাঙ্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। বাস্তব পরিস্থিতিতে দেখা গেছে, রাশিমালা দুটিতে রাশির সংখ্যা যখন কম থাকে তখন, প্রোডাক্ট-মোমেন্ট সহগাঙ্কের (r) এবং র‍্যাঙ্ক পার্থক্য সহগাঙ্কের (ρ) মান প্রায় এক হয়। তবে, একথা স্মরণ রাখার দরকার, এই দুটি পদ্ধতির দ্বারা নির্ণীত সহগাঙ্কের মধ্যে সাধারণভাবে মিল লক্ষ করা গেলেও সব সময় এই মান সমান থাকে না। কারণ, র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতির নিজস্ব কিছু সীমাবদ্ধতা আছে। এই পদ্ধতিতে স্কোরমানের (Score value) উপর কোনো গুরুত্ব আরোপ করা হয় না; গুরুত্ব দেওয়া হয় স্কোরের অবস্থানের (Position) উপর। ফলে বহুক্ষেত্রে নিম্নমানসম্পন্ন স্কোরও সমান গুরুত্ব পেতে পারে, রাশিমালার মধ্যে তাদের বিশেষ অবস্থানের জন্য। কিন্তু প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতিতে, সহগাঙ্ক নির্ণয়ের সময় স্কোরের প্রকৃত মান (Value) এবং অবস্থান (Position) উভয়ের উপরই গুরুত্ব দেওয়া হয়ে থাকে। তা ছাড়া, র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতিতে স্কোরগুলির র‍্যাঙ্ক নির্ণয় করার সময়, স্কোরগুলির পুনরাবৃত্তি ঘটলে র‍্যাঙ্কের সমবন্টনের নীতি অনুসরণ করা হয়। এই প্রক্রিয়ায় নির্ণীত সহগাঙ্কের ত্রুটি বাড়তে থাকে। দেখা গেছে যখন, র‍্যাঙ্কের পুনরাবৃত্তি ঘটে, তখন 'r' এবং 'ρ' এর মান সমান হয় না। এক্ষেত্রে র‍্যাঙ্ক পার্থক্য সহগাঙ্ককে (ρ) প্রোডাক্ট মোমেন্ট সহগাঙ্ক (r) হিসেবে ব্যবহার করতে হলে একটি সংশোধনী (Correction) ব্যবহার করতে হয়। র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতির এই সব অসুবিধা থাকা সত্ত্বেও সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি বিশেষভাবে শিক্ষামূলক তথ্যের ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়ে থাকে। কারণ, এটি অপেক্ষাকৃত সহজ পদ্ধতি (Easier Method) এবং এই পদ্ধতিতে নির্ণীত মান সাধারণভাবে কার্যোপযোগী।

দুটি পদ্ধতির সাদৃশ্য

র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতিতে নির্ণীত সহগাঙ্কের সঙ্গে প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতিতে নির্ণীত সহগাঙ্কের সাদৃশ্য আর এক ধরনের পরিস্থিতিতে দেখা যায়। যখন গুণগতমানসম্পন্ন (Qualitative value) দুটি চলের মধ্যে সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করা হয়, তখন, যদি রাশিমালা দুটির গুণগতমান বা র‍্যাঙ্কগুলিকে চ্যুতি (Deviation) হিসেবে বিবেচনা করে প্রোডাক্ট-মোমেন্ট সহগাঙ্ক (r) নির্ণয় করা হয়, সেক্ষেত্রে দেখা যায় 'r' এবং 'ρ' মান সমান হচ্ছে। অর্থাৎ, গুণগতমানসম্পন্ন দুটি চলের ক্ষেত্রে র‍্যাঙ্কগুলিকে, কোনো কাল্পনিক মান থেকে স্কোরগুলির চ্যুতি হিসেবে বিবেচনা করে সরাসরি 'r' বা প্রোডাক্ট-মোমেন্ট সহগতির সহগাঙ্ক নির্ণয় করা যেতে পারে। **নীচে একটি উদাহরণের মাধ্যমে, গুণগত তথ্যের সহগাঙ্ক কীভাবে দুটি পদ্ধতিতে নির্ণয় করা হয় এবং তাদের মানের মধ্যে কীরকম সাদৃশ্য থাকে তা দেখানো হল—**

॥ উদাহরণ ॥ একটি বিদ্যালয়ে দুজন অভিজ্ঞ শিক্ষক তাঁদের দশজন ছাত্রকে (A থেকে J পর্যন্ত) তাদের সামগ্রিক পারদর্শিতার ভিত্তিতে নিম্নলিখিত গ্রেড (grade) প্রদান করেছেন। শিক্ষকদের প্রদত্ত গ্রেড এর মধ্যেকার সহগতির সহগাঙ্ক র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতিতে (ρ) এবং প্রোডাক্ট-মোমেন্ট পদ্ধতিতে নির্ণয় কর এবং দুটি ফলাফলের উপর মন্তব্য কর।

ছাত্র	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
প্রথম শিক্ষক প্রদত্ত গ্রেড	2	5	3	7	9	1	4	8	6	10
দ্বিতীয় শিক্ষক প্রদত্ত গ্রেড	1	3	5	8	7	2	6	4	9	10

● সমাধান ঃ

ছাত্র	প্রথম শিক্ষক (X) প্রদত্ত গ্রেড (R_1)	দ্বিতীয় শিক্ষক (Y) প্রদত্ত গ্রেড (R_2)	$D=R_1 \sim R_2$	D^2	X^2	Y^2	XY
A	2	1	1	1	4	1	2
B	5	3	2	4	25	9	15
C	3	5	2	4	9	25	15
D	7	8	1	1	49	64	56
E	9	7	2	4	81	49	63
F	1	2	1	1	1	4	2
G	4	6	2	4	16	36	24
H	8	4	4	16	64	16	32
I	6	9	3	9	36	81	54
J	10	10	0	0	100	100	100

$\Sigma X = \Sigma Y = 55$ $\quad$ $\Sigma D^2 = 44$, $\quad \Sigma x^2 = \Sigma y^2 = 385$ $\Sigma xy = 363$

$$\rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 44}{10 \times 99} = 1 - \cdot 27 = \cdot 73$$

$$r_{xy} = \frac{N\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2} \cdot \sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$= \frac{10 \times 263 - 55 \times 55}{\sqrt{10 \times 385 - (55)^2} \cdot \sqrt{10 \times 385 - (55)^2}}$$

$$= \frac{3630 - 3025}{10 \times 385 - (55)^2} = \frac{605}{3850 - 3025}$$

$$= \frac{605}{825}$$

$$= \cdot 73$$

পদ্ধতি ঃএখানে সমস্যাটি সমাধানের জন্য নিম্নলিখিত পর্যায়গুলি অনুসরণ করে অগ্রসর হতে হয়েছে—

এক প্রদত্ত দুটি চলের র‍্যাঙ্কগুলির মধ্যে পার্থক্য ($D=R_1 \sim R_2$) এবং পার্থক্যের বর্গ (D^2) নির্ণয় করা হয়েছে।

দুই র‍্যাঙ্ক পার্থক্যের পদ্ধতিতে সূত্র প্রয়োগ করে 'ρ' এর মান নির্ণয় করা হয়েছে।

তিন প্রত্যেকটি র‍্যাঙ্ককে স্কোরমান হিসেবে ধরে, X ও Y দুটি চলের জন্য ΣX^2 ΣY^2 এবং ΣXY নির্ণয় করা হয়েছে।

চার ΣX, ΣY, এবং ΣXY এর প্রাপ্ত মানের ভিত্তিতে সূত্রের সাহায্যে (প্রত্যক্ষভাবে স্কোরমান থেকে 'r' নির্ণয়ের সূত্র) r_{xy} এর মান নির্ণয় করা হয়েছে।